

# Oppdrift og massetetthet

Arkimedes prinsipp – fra isfjell til ubåter og varmluftsballonger

KM10 – Kraft og trykkrefter

## ■ Archimedes i badekaret – Eureka!

Syracuse, 250-tallet f.Kr. Kong Hiero II mistenkte at gullsmeden hadde blandet sølv inn i en krone som skulle være av rent gull – men hvordan bevise det uten å ødelegge kronen?

Archimedes ble bedt om å finne ut av det. Da han satte seg i badekaret og merket at vannet steg, skjønnte han plutselig svaret: volumet av det fortrenkte vannet tilsvarte volumet av legemet. Han sprang angivelig naken gjennom gatene og ropte 'Eureka!' (Jeg har funnet det!).

Ved å sammenligne kronen med like mye gull og sølv i vann bekreftet han at kronen hadde feil tetthet. Gullsmeden ble henrettet. Archimedes prinsipp – over 2200 år gammelt – er grunnlaget for alt fra skipsbygging til undervannsstruktur og hot-air ballonger.

## Arkimedes prinsipp

Et legeme som er helt eller delvis nedsenket i en væske eller gass, utsettes for en oppdrift (oppdriftskraft) lik vekten av den fortrenkte mengden fluid. Matematisk:

### ■ Arkimedes prinsipp

$$F_{\text{oppdrift}} = \rho_{\text{fluid}} \times V_{\text{fortrenkt}} \times g$$

der:

$\rho_{\text{fluid}}$  = tettheten til fluiden (vann: 1000 kg/m<sup>3</sup>, sjøvann: ~1025 kg/m<sup>3</sup>, luft: ~1,2 kg/m<sup>3</sup>)

$V_{\text{fortrenkt}}$  = volumet av fortrenkt fluid (= legemets nedsenkte volum)

$g$  = tyngdeakselerasjonen (9,81 m/s<sup>2</sup>)

Et legeme flyter hvis  $F_{\text{oppdrift}} \geq \text{tyngden}$ , dvs. hvis  $\rho_{\text{legeme}} \leq \rho_{\text{fluid}}$

## Tetthet og flytbarhet

Et legeme flyter hvis dets gjennomsnittlige tetthet er lavere enn fluidets tetthet. Et tre-stykke ( $\rho \approx 700 \text{ kg/m}^3$ ) flyter på vann ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ). Jern ( $\rho \approx 7800 \text{ kg/m}^3$ ) synker. Men et skip av jern flyter – fordi skipets gjennomsnittlige tetthet (inkludert luften inni) er lavere enn vann. Et tomt skip med mye luft inni kan ha gjennomsnittlig tetthet på 200–300 kg/m<sup>3</sup>.

Tabell 1: Tetthet og flytbarhet

| Materiale   | Tetthet (kg/m <sup>3</sup> ) | Flyter i vann?   | Kommentar                |
|-------------|------------------------------|------------------|--------------------------|
| Balsa       | 120–200                      | Ja               | Svært lett treslag       |
| Tre (gran)  | 400–700                      | Ja               | Avhenger av type         |
| Is          | 917                          | Ja (nesten nede) | 9/10 under vann          |
| Vann        | 1000                         | Referanse        | –                        |
| Sjøvann     | 1025                         | Referanse        | Litt lettere å flyte     |
| Aluminium   | 2700                         | Nei              | Men alufolie-båt flyter! |
| Stål / jern | 7800                         | Nei              | Men skip av stål flyter  |
| Bly         | 11 340                       | Nei              | Synker raskt             |
| Gull        | 19 300                       | Nei              | Tyngste vanlige metall   |

### ■ *Titanic og skjult feil i stål*

*RMS Titanic var utstyrt med de nyeste sikkerhetsanordningene da hun forliste 14. april 1912. Skroget var dobbelt, med 16 vanntette skott. Problemet: da skipet traff isfjellet, ble 5 av 16 skott punktert. Titanic var konstruert for å flyte med 4 skott fylt av vann.*

*Nyere forskning har avslørt at stålet i skroget inneholdt for mye svovel og fosfor, noe som gjorde det sprøtt i kaldt vann (under -1°C). Nitene i skjøtene var laget av svak slaggholdig jern. Fremfor å bøye seg under støtet fra isfjellet, sprakk stålplatene langs nitene.*

*Ulykken forandret internasjonale maritime sikkerhetsstandarder og krav om livbåter for alle ombord. Oppdrift-prinsippet er riktig – ingeniørene hadde undervurdert material- og konstruksjonskravene.*

## Oppdrift i gasser – ballong og luftskip

Arkimedes prinsipp gjelder like godt for gasser som for væsker. En ballong fylt med varmluft flyter fordi varmluft er lettere enn kjølig omgivelsesluft (tetthet synker med temperatur). En heliumballong flyter fordi helium ( $\rho \approx 0,16 \text{ kg/m}^3$ ) er langt lettere enn luft ( $\rho \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$ ).

Luftskip (zeppelin) ble brukt på 1920-30-tallet. LZ 127 Graf Zeppelin gjennomførte en jordomseiling i 1929. LZ 129 Hindenburg eksploderte i 1937 i Lakehurst, New Jersey. Hydrogen ble brukt fordi USA nektet å selge helium til Nazi-Tyskland. Moderne luftskip bruker helium og finnes som reklameplattformer og overvåkingsplattformer.

## Ubåter og dybdekontroll

En ubåt kontrollerer dybden ved å regulere sin gjennomsnittlige tetthet. Ballasttanker kan fylles med sjøvann (øker tetthet → synker) eller blåses ut med trykkluft (reduserer tetthet → stiger). En ubåt i nøytral oppdrift har samme gjennomsnittlig tetthet som sjøvannet rundt seg.

På store dyp øker det hydrostatiske trykket:  $P = \rho gh$ . Et dykk til 1000 m gir et trykk på ca. 100 atm (10 MPa). Ubåtskrog må tåle dette uten å kollapse. Titanium og høykvalitets stål brukes i militære ubåter. Dypvannsfarkoyer (ROV, bathyscaphe) har sfæriske trykkammer av titanium.

Tabell 2: Likevektsbetingelser for oppdrift

| Situasjon                                                                 | Oppdrift vs. tyngde | Resultat                              |
|---------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------------------------|
| Legeme nedsunket i fluid,<br>$\rho_{\text{legeme}} < \rho_{\text{fluid}}$ | Oppdrift > tyngde   | Akselererer opp, flyter               |
| Legeme nedsunket i fluid,<br>$\rho_{\text{legeme}} = \rho_{\text{fluid}}$ | Oppdrift = tyngde   | Nøytral oppdrift – svever             |
| Legeme nedsunket i fluid,<br>$\rho_{\text{legeme}} > \rho_{\text{fluid}}$ | Oppdrift < tyngde   | Akselererer ned, synker               |
| Delvis nedsunket (flytende)                                               | Oppdrift = tyngde   | Legeme flyter med del over overflaten |

## Hydrostatisk trykk

Trykket i en væske øker med dybden:  $P = P_{\text{atm}} + \rho gh$ , der  $P_{\text{atm}}$  er atmosfæretrykket. Ved 10 m vanddyp er trykket ca. 2 atm (atmosfæren + vannsøyle). En dykker opplever dette som likegyldigheten i skuldrene og kravet om pressutjevning. Trykket virker i alle retninger – det er grunnen til at en ball under vann ikke knuses (jevnt trykk fra alle sider).

### ■ Historiske dybderekorder

Det dypeste punkt i havet: Challenger Deep, Marianegropen, 11 034 m

Dypeste bemannede dykk: bathyscaphes Trieste (Piccard og Walsh, 1960) – 10 916 m

Trykkpå Challenger Deep: ca. 1100 atm (110 MPa) – tilsvarer 6 tonn per  $\text{cm}^2$

Moderne ROV (remote operated vehicle) kan nå bunnen

James Cameron nådde Challenger Deep i 2012 (solodykk med Deepsea Challenger)

### ■ Forsøk 1: Bekreft Arkimedes prinsipp

**Mål:** Måle oppdriftskraft og sammenligne med vekten av fortrengt vann.

**Utstyr:** Fjærbalanse (Newton-meter), metallkloss, begerglass med vann, beholder under (for å fange overflytende vann).

**Fremgangsmåte:**

- Vei metallklossen i luft med fjærbalansen. Noter vekten  $W_{\text{luft}}$ .
- Senk metallklossen ned i vann (hold med fjærbalansen). Noter vekten  $W_{\text{vann}}$ .
- Beregn oppdriftskraft:  $F_{\text{opp}} = W_{\text{luft}} - W_{\text{vann}}$ .
- Mål volumet av fortrengt vann (overfylt beholder):  $V_{\text{fortrengt}}$ .
- Beregn vekten av fortrengt vann:  $\rho \times V \times g$ . Stemmer det med  $F_{\text{opp}}$ ?

**Forventet resultat:** Oppdriftskraften skal stemme nøyaktig med vekten av fortrengt vann. Bekrefter Arkimedes prinsipp.

### ■ Forsøk 2: Bygg en bok av aluminiumsfolie

**Mål:** Illustrere at gjennomsnittlig tetthet bestemmer om noe flyter.

**Utstyr:** Aluminiumsfolie, begerglass med vann, små vekter (mynter).

**Fremgangsmåte:**

- Lag en flat aluminiumsbit og legg den på vannet. Synker den?
- Form aluminiumsfolien til en liten båt med høye kanter. Legg på vannet.
- Legg gradvis mynter i båten til den synker. Tell maksantall mynter.
- Beregn lastekapasiteten: ta massen av myntene + folien og sammenlign med fortrengt vann.
- Diskuter: kan du gjøre båten til å bære mer ved å endre formen?

**Forventet resultat:** Flat folie synker, båtformet folie flyter fordi luftvolum senker gjennomsnittlig tetthet under  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

### ■ Forsøk 3: Kartesiansk dykker – nøytral oppdrift og trykk

**Mål:** Demonstrere sammenhengen mellom trykk, volum og oppdrift.

**Utstyr:** Plastflaske (1,5 L), fyllepenn-lokk (eller liten beholder med lite hull), vann.

**Fremgangsmåte:**

- Fyll plastflasken nesten helt med vann.
- Lag en Kartesiansk dykker: fyll en liten plastbeholder delvis med vann (justert til å akkurat flyte).
- Legg dykkeren oppi flasken og skru på korken tett.
- Klem hardt på flasken. Dykkeren synker! Slipp – den stiger.
- Forklar: hva skjer med luftlommen i dykkeren når du klemmer?

**Forventet resultat:** Trykket komprimerer luften i dykkeren, volumet minker, tettheten øker → synker. Demonstrerer  $P \times V = \text{konstant}$  og oppdrift.

## ■ Oppgaver

### ■ Oppgave 1 (basis)

Formuler Arkimedes prinsippl med egne ord og med formelen. Hva betyr det at en gjenstand har nøytral oppdrift?

### ■ Oppgave 2 (basis)

En trebåt veier 500 N og har volum 0,08 m<sup>3</sup>. Beregn oppdriftskraften når den er helt nedsenket i vann ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ). Vil den flyte?

### ■ Oppgave 3 (basis)

Forklar hvorfor store skip av stål flyter, mens en stålblokk synker.

### ■ Oppgave 4 (middels)

Et isfjell flyter slik at 90% av volumet er under vann. Bruk Arkimedes prinsippl til å beregne tettheten av is, gitt  $\rho_{\text{sjøvann}} = 1025 \text{ kg/m}^3$ .

### ■ Oppgave 5 (middels)

En dykker på 80 kg bruker et dykkervektbelte for å oppnå nøytral oppdrift. Dykkerens volum (med utstyr) er 0,085 m<sup>3</sup>. Hva er tyngden av vektbeltet som trengs? ( $\rho_{\text{sjøvann}} = 1025 \text{ kg/m}^3$ )

### ■ Oppgave 6 (middels)

Forklar hvordan en ubåt kontrollerer sin dybde. Hva er ballasttanker og hvordan brukes trykkluft? Hva skjer med trykket når ubåten dykker dypere?

### ■ Oppgave 7 (avansert)

Et heissystem i et skip (grunnstøtt) bruker luftpumper til å fylle ballasttanker med luft. Skipet veier 5000 tonn. Hvor stort luftvolum må pumpes inn for å løfte skipet opp (anta at luftvekt er neglisjerbar og at skipet er fullstendig nedsunket)?

### ■ Oppgave 8 (avansert)

Den varme luftballongen: inneluft varmes til 120°C, uteluft er 20°C. Ballongens volum er 2000 m<sup>3</sup>. Beregn den netto oppdriftskraften. Er den nok til å løfte en kurvmasse + passasjerer på 400 kg? (Ideell gasslov:  $\rho \propto 1/T$ )

## ■ Oppsummering

Viktige punkter fra dette kapitlet:

- Arkimedes prinsippl:  $\text{oppdrift} = \rho_{\text{fluid}} \times V_{\text{fortrengt}} \times g$ .
- Legeme flyter hvis  $\rho_{\text{gjennomsnitt}} < \rho_{\text{fluid}}$ . Skip av stål flyter pga. luftvolum  $\rightarrow$  lav gj.snitt-tetthet.
- Is:  $\rho = 917 \text{ kg/m}^3$ , flyter med  $\sim 9/10$  under vann i sjøvann.
- Gasser: varmluftsballong og heliumballong basert på samme prinsippl.
- Ubåt: ballasttanker regulerer gjennomsnittlig tetthet for dybdekontroll.
- Hydrostatisk trykk:  $P = P_{\text{atm}} + \rho gh$ . Øker med dybden, virker i alle retninger.
- Arkimedes oppdaget prinsippl ca. 250 f.Kr. – fremdeles grunnlaget for modern skipsfart.